

Die Besonderheiten von Rädern aus Polymerwerkstoffen

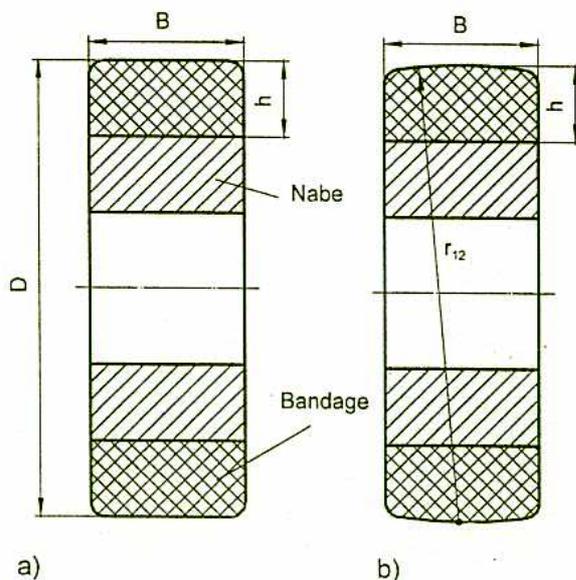
D. Severin, Technische Universität Berlin

1 Einführung

Räder aus Polymerwerkstoffen werden heute in der Fördertechnik in den unterschiedlichsten Anlagen eingesetzt. Dabei unterscheiden wir zwischen den sog. hartelastischen und den weichelastischen Werkstoffen. Zu den weichelastischen Werkstoffen, die unter den verschiedensten Markennamen gefertigt werden, gehören Gummi und Polyurethan (PUR). Ihre Eigenschaften lassen sich in weiten Grenzen einstellen und so den Anforderungen der Praxis anpassen.

Räder aus weichelastischen Werkstoffen arbeiten nahezu geräuscharm. Sie haben einen hohen Verschleißwiderstand und können über ihrer Kontaktfläche wegen der relativ großen Reibungszahl relativ große Drehmomente übertragen. Polyurethanwerkstoffe haben gegenüber Gummi eine größere Tragfähigkeit und sind widerstandsfähiger gegenüber Umwelteinflüssen. Wegen dieser Vorteile werden in Staplern Räder aus Polyurethan eingesetzt. Räder aus Polyurethan stehen deswegen im Mittelpunkt dieses Vortrags.

Den grundsätzlichen Aufbau dieser Räder, ohne Berücksichtigung ihrer besonderen Formen, zeigt **Bild 1**. Die weichelastische PUR-Bandage wird während ihres Herstellungsprozesses über einen Haftvermittler mit der Stahlnabe verbunden. Wegen der relativ großen Verformungsfähigkeit und des i.a. großen Unterschieds zwischen der Steifigkeit des Bandagenwerkstoffs und der Steifigkeit der Fahrbahn haben weichelastische Räder im Betrieb andere Eigenschaften als Stahlräder, die auf einer Stahlschiene laufen. Deswegen lassen sich Berechnungsmethoden, die dort gültig sind, nur eingeschränkt und in manchen Fällen gar nicht auf Radpaarungen mit weichelastischen Werkstoffen übertragen. Dazu kommt die Eigenerwärmung weichelastischer Räder infolge der Dämpfungseigenschaften ihrer Bandagenwerkstoffe, die zu beachten ist, wenn die Räder im Bereich großer Geschwindigkeiten oder Radlasten arbeiten.



Unser Institut befaßt sich, gefördert durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft, seit vielen Jahren mit Radpaarungen aus Polymerwerkstoffen, nämlich mit der Mechanik des Rollkontakts, mit dem Beanspruchungszustand im Inneren der Radkörper und dem an der Verbindungsstelle zwischen der harten Nabe und der weichen Bandage sowie mit deren Erwärmung.

Bild 1 Grundsätzlicher Aufbau von Rädern mit PUR-Bandage

- a) mit zylindrischer,
- b) mit balliger Lauffläche

2 Beanspruchung in der Kontaktzone

In der Praxis ist es üblich, die Räder nach der maximalen Druckspannung in der Kontaktfläche zu dimensionieren und nach der Theorie von Hertz zu berechnen. Dabei geht man stillschweigend davon aus, daß die Radpaarungen die Bedingungen erfüllen, die Hertz für die Gültigkeit seiner Theorie voraussetzt, so u.a., daß die Halbraumbedingungen erfüllt sind, daß ein linearer Zusammenhang besteht zwischen den Spannungen und den Dehnungen, daß sich bei zylinderförmigen Rädern die Radlast gleichmäßig über die Radbreite verteilt und Schubbeanspruchungen quer zur Laufrichtung nicht vorhanden sind.

Leider treffen mehrere dieser Annahmen bei weichelastischen Rädern häufig nicht zu, so daß die errechneten Werte manchmal weit entfernt von dem wirklichen Spannungszustand sind, besonders dann, wenn die Bandagendicke relativ klein ist.

Dies ist wohl auch ein Grund dafür, daß solche Räder in der Praxis mehr auf der Grundlage praktischer Erfahrungen denn über eine Tragfähigkeitsberechnung dimensioniert werden. Inzwischen liegen allerdings ausreichende Erkenntnisse vor, um diese Räder auch theoretisch zu behandeln. Was allerdings noch aussteht, sind Kennwerte über die Lebensdauer.

Ausgesuchte Ergebnisse aus experimentellen und numerischen Untersuchungen sollen nun zeigen, wie weichelastische Räder im praktischen Betrieb beansprucht werden. Die Abmessungen der untersuchten Räder sind andere als die der Staplerräder. Trotzdem lassen sich die grundsätzlichen Erkenntnisse auch auf Staplerräder übertragen.

Zunächst zu dem Spannungszustand in der Kontaktfläche. Die Diagramme in **Bild 2** geben Einblick in die Spannungsverteilung über die Kontaktfläche eines 80 mm breiten, zylinderförmigen PUR-Rades unter reiner Rollbewegung, das auf einer ebenen Stahlfahrbahn läuft. Die Spannungen in den drei Hauptrichtungen werden mit einem speziell dafür entwickelten piezoelektrischen Sensor gemessen /1/, der in der Fahrbahn eingebaut ist und die Kontaktfläche während des Rollvorgangs schrittweise abtastet. Die Randbegrenzung des Spannungshügels entspricht jeweils der Form der Kontaktfläche.

Im oberen Diagramm (**Bild 2a**) ist die auf die Sensorfläche ($A=1,25 \text{ mm}$) wirkende Druckkraft f_z über der Radbreite B und über der Kontaktflächenlänge $2a$ dargestellt. Die Druckspannungen p , die sich daraus bestimmen lassen ($p=f_z/A$), sind in der Radmitte am größten und nehmen zum Rand hin stetig ab, da dort die Radwände seitlich ausweichen können. Zu beachten ist der Anstieg der Druckspannungen am Außenrand. Diese Spannungsspitzen sind dort um so ausgeprägter, je härter der Radwerkstoff ist, je größer die Normalkraft ist und je stärker das Ausweichen der Seitenwände z.B. durch seitliche Stützung behindert wird.

Wenn die Steifigkeiten des Rades und der Fahrbahn unterschiedlich groß sind, treten immer auch Schubspannungen quer zur Laufrichtung auf. Sie lassen sich nicht mit der Hertzschen Theorie sondern nur numerisch über ein dreidimensionales FE-Modell berechnen und werden deswegen bei der Auslegung der Räder nicht beachtet, obwohl sie beachtliche Werte annehmen können, wie **Bild 2b** zeigt. Die Schubspannungen ($\tau_{xy}=f_y/A$) quer zur Laufrichtung nehmen von der Radmitte aus nach beiden Seiten hin zu und haben an den Rändern ihren größten Wert.

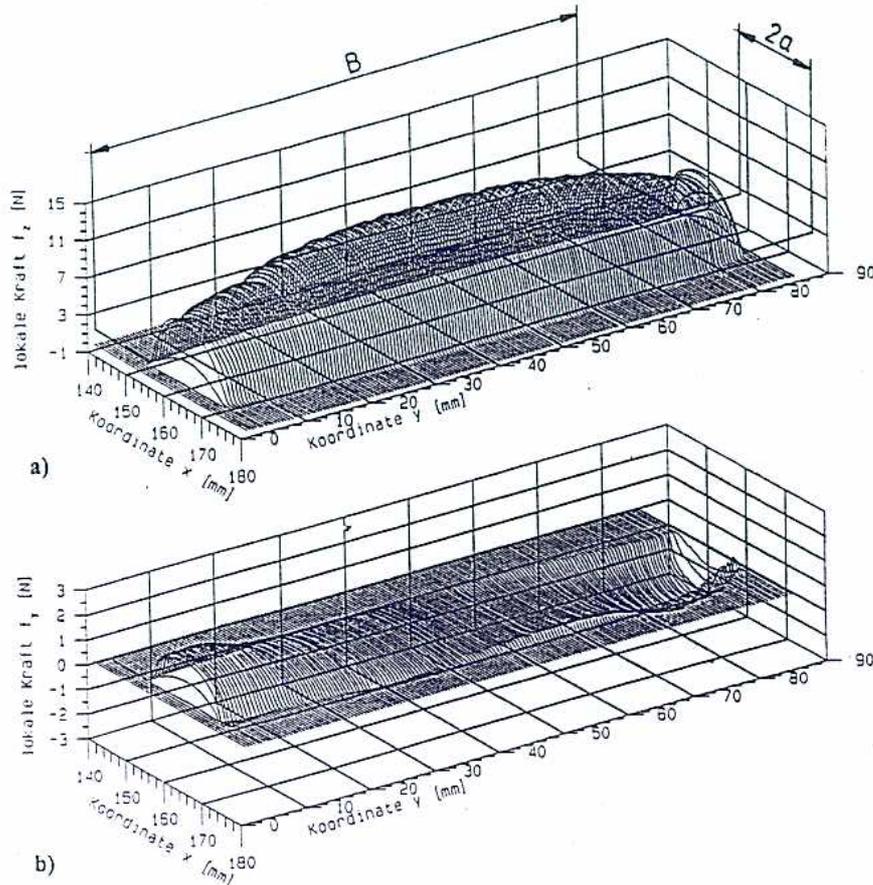


Bild 2 PUR-Rad (Vulkollan 30) mit zylindrischer Lauffläche gegen ebene Stahlfahrbahn $D = 150$ mm, $B = 80$ mm, $F_N = 10000$ N, $v = 2,5$ m/min. a) Druckspannungsverteilung in der Kontaktfläche ($p = f_z/1,25$ N/mm²). b) Schubspannungsverteilung quer zur Laufrichtung ($\tau_{xy} = f_y/1,25$ N/mm²) (nach Hammele)

Die Schubspannungsverteilung über der Radbreite wird beeinflusst durch die Druckverteilung in der Berührungsfläche, die Verformungsmöglichkeiten des Radkörpers und die Größe der Reibungszahl zwischen Rad und Fahrbahn. Wenn die Schubspannung in einem Flächenelement das Produkt aus Reibungszahl und Druckspannung überschreitet, entsteht auch beim geradeaus rollenden Rad ein Querschlepp, der, in Verbindung mit den Schubspannungen, für gelegentlich beobachtete Schäden an Fahrwegen verantwortlich sein könnte.

Um die Pressungen und die Querschubspannungen an den Radaußenkanten zu begrenzen, empfiehlt sich, die Lauffläche auch quer zur Laufrichtung zu krümmen, wobei der Krümmungsradius gleich dem Laufraddurchmesser gewählt werden sollte ($r_{12} = D$) (**Bild 1b**). Die größte Vergleichsspannung im Radkörper liegt $0,78 \cdot a$ unterhalb der Kontaktfläche und ist ungefähr $\sigma_{vmax} = 0,52 \cdot p_0$, wobei p_0 die maximale Hertzsche Pressung in der Kontaktfläche ist.

3 Gültigkeit der Hertzschen Theorie zur Berechnung der Beanspruchung in der Kontaktfläche

Die Hertzsche Theorie setzt einen linearen Zusammenhang zwischen der Spannung und der Dehnung voraus. Bei Polymerwerkstoffen trifft dies nicht zu (**Bild 3**).

Der mit zunehmender Belastung abnehmende E-Modul - ausgedrückt durch die sich ändernde Steigung der Spannungs-Dehnungskurve - erklärt, warum die mit Hilfe der FE-Methode auf der Grundlage des nichtlinearen Werkstoffverhaltens berechneten maximalen Druckspannungen in der Kontaktfläche (**Bild 4**) kleiner sind als die nach Hertz berechneten. Aus dem gleichen Grund nehmen auch die Druckspannungsverteilungen über der Kontaktflächenlänge eine mit steigender Normalkraft zunehmend gedrungener Form an (**Bild 5**). Infolge des viskoelastischen Materialverhaltens neigen sich die Druckspannungskurven zum Einlauf hin.

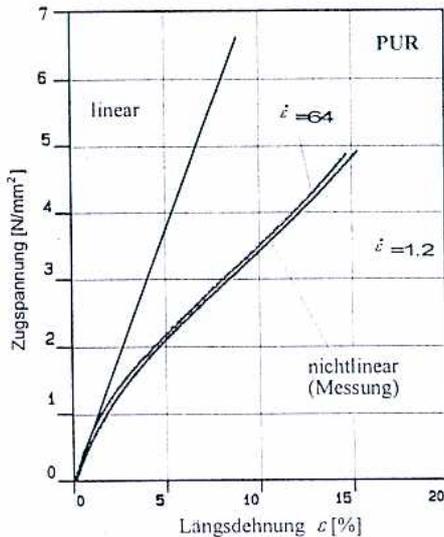


Bild 3 Spannungs-Dehnungsbeziehung im Zugversuch bei unterschiedlichen Verformungsgeschwindigkeiten $\dot{\epsilon}$ für PUR (Vulkollan 30) (nach Yin)

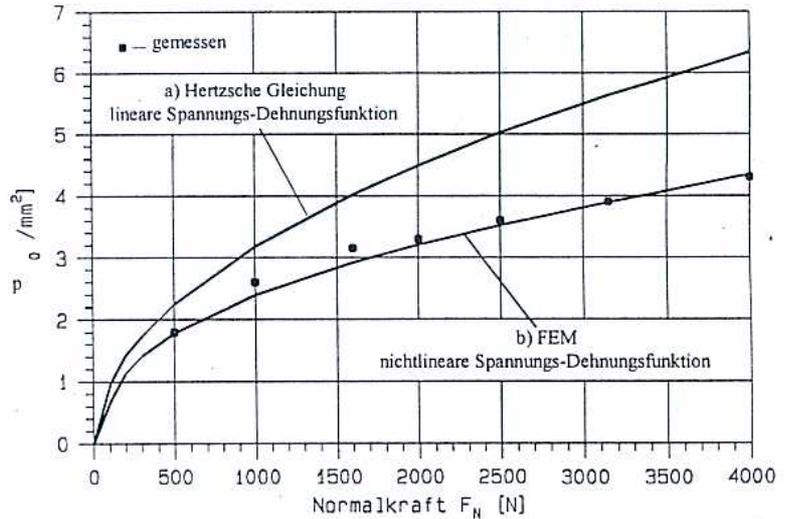


Bild 4 Beziehung zwischen maximaler Druckspannung p_0 und Normalkraft F_N bei a) linearer und b) nichtlinearer Spannungs-Dehnungsfunktion. PUR (Vulkollan 30) (nach Liu)

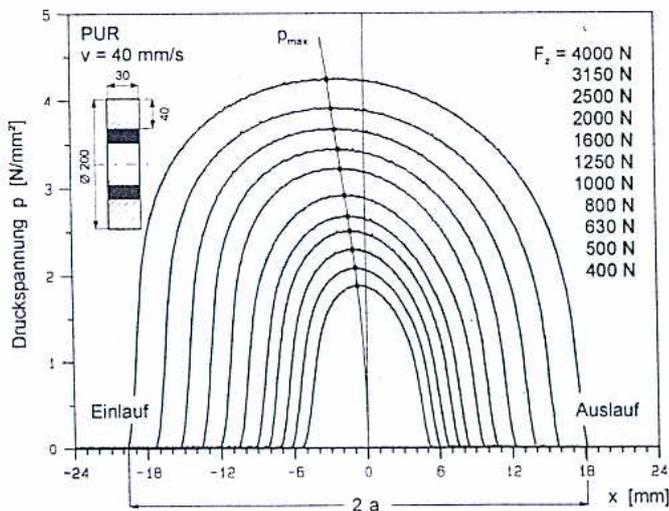


Bild 5 Einfluß des nichtlinearen Werkstoffverhaltens und der Viskoelastizität auf die Druckspannungsverteilung über der Kontaktflächenlänge $2a$. PUR (Vulkollan 30) (nach Möhler)

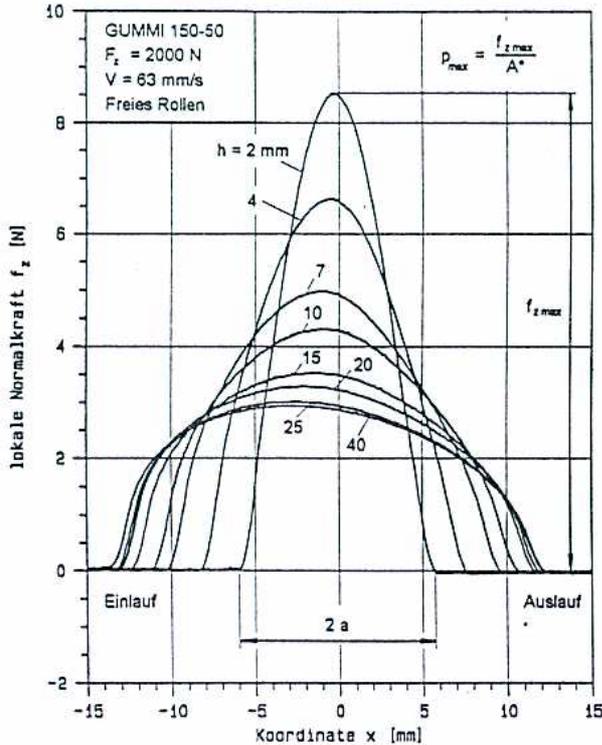


Bild 6 In Radbreitenmitte gemessene Druckspannungsverteilung p ($p = f_z/1,25 \text{ N/mm}^2$) bei Gummirädern mit konstanter Normalbelastung F_z aber unterschiedlich großer Bandagendicke h (nach Hammele)

Hammele /2/ hat experimentell untersucht, welche Bedingungen an die Radbreite B und die Bandagendicke h zu stellen sind, damit die Hertzsche Theorie auch bei weichelastischen Rädern angewendet werden kann. Eine wichtige Erkenntnis dazu liefert **Bild 6**. Dort ist für Gummiräder gleicher Abmessungen aber unterschiedlich dicker Bandagen der Druckspannungsverlauf über der Kontaktlänge $2a$ aufgetragen, wie er sich unter gleicher Belastung bei den einzelnen Rädern in der Radbreitenmitte einstellt. Die Kontaktflächenlänge $2a$ ist umso kleiner, und die maximale Druckspannung ist umso größer, je kleiner die Bandagendicke ist. Im Bereich relativ dicker Bandagen (25 und 40 mm) sind die Spannungskurven nahezu deckungsgleich. Hammele weist durch diese und andere Versuche nach, daß die maximalen Druckspannungen in der Kontaktfläche für die Praxis ausreichend genau nach der Hertzschen Theorie berechnet werden können, wenn folgende Bedingungen eingehalten werden:

$$h/a \geq 5 \text{ und } B/a \geq 10$$

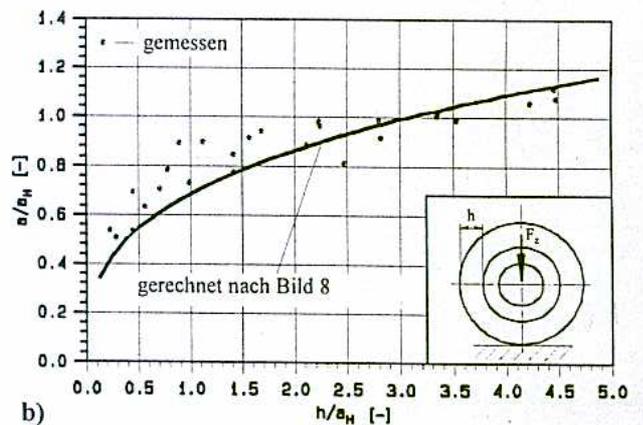
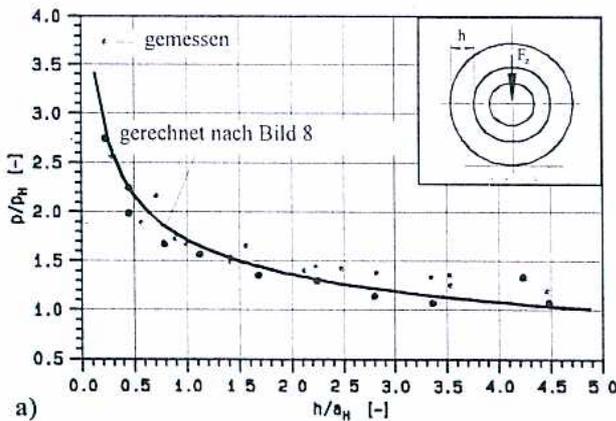


Bild 7 Einfluß der Bandagendicke h auf die a) maximale Druckspannung p_0 und b) auf die halbe Kontaktflächenlänge a (nach Hammele und Liu)

(**Bild 7**) zeigt, daß unterhalb von $h/a \geq 5$ die maximale Druckspannung erheblich über der nach Hertz berechneten liegen kann. Die folgenden Beziehungen in **Bild 8** ermöglichen, den Einfluß der Bandagendicke auf die Druckspannung analytisch zu bestimmen:

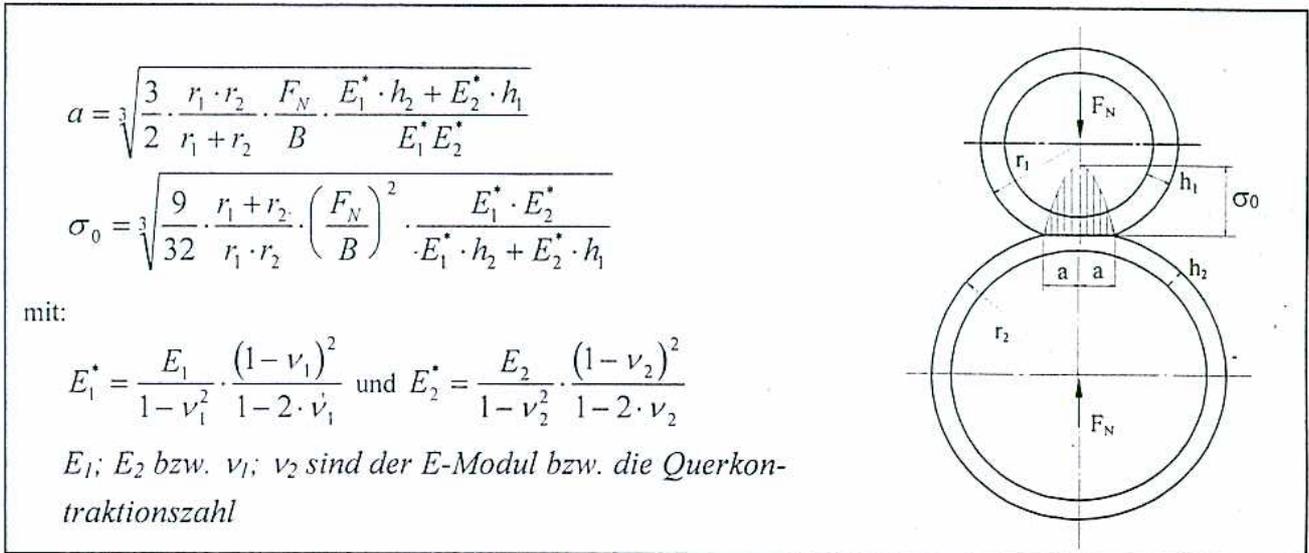


Bild 8 Geometrische Größen zur Berechnung der max. Druckspannung in der Kontaktfläche bei relativ dünnen Bandagen ($h/a_{\text{Hertz}} \leq 5$) (nach Liu)

Die Radbreite B hat einen geringeren Einfluß als die Bandagendicke. Ist B kleiner als das Zehnfache der nach Hertz bestimmten halben Kontaktflächenlänge a , sind die wirklichen Druckspannungen in der Radbreitenmitte etwas größer als die berechneten.

4 Kontaktflächenform

Die ungleiche Druckspannungsverteilung über der Radbreite spiegelt sich in der Form der Kontaktflächen wider, wie **Bild 9** am Beispiel von zylinderförmigen PUR-Rädern gleichen Durchmessers aber unterschiedlicher Breite zeigt. Das Diagramm 9a gilt für eine relativ kleine Belastung, bei der sich ein Verhältnis von ungefähr $B/a = 10$ einstellt. Die Kontaktflächen haben eine dem Rechteck angenäherte Form.

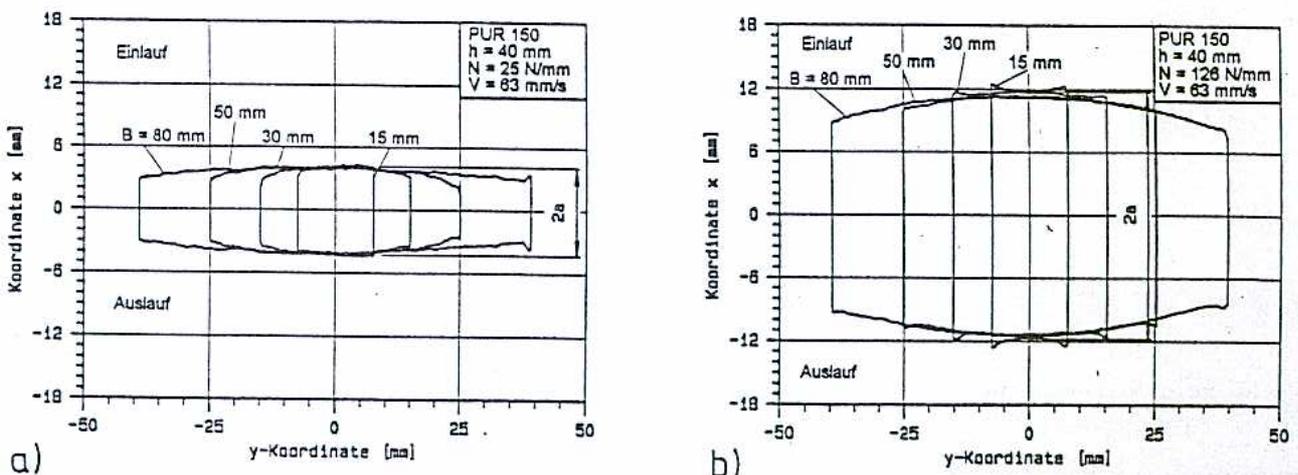


Bild 9 Einfluß der Bandagenbreite B und der Streckenlast N auf die Kontaktflächenform
a) relativ kleine Belastung ($N = 25 \text{ N/mm}$, $h/a = 10$) b) relativ große Belastung ($N = 126 \text{ N/mm}$, $h/a = 3,6$). PUR (Vulkollan 30) $D = 150 \text{ mm}$ (nach Hammele)

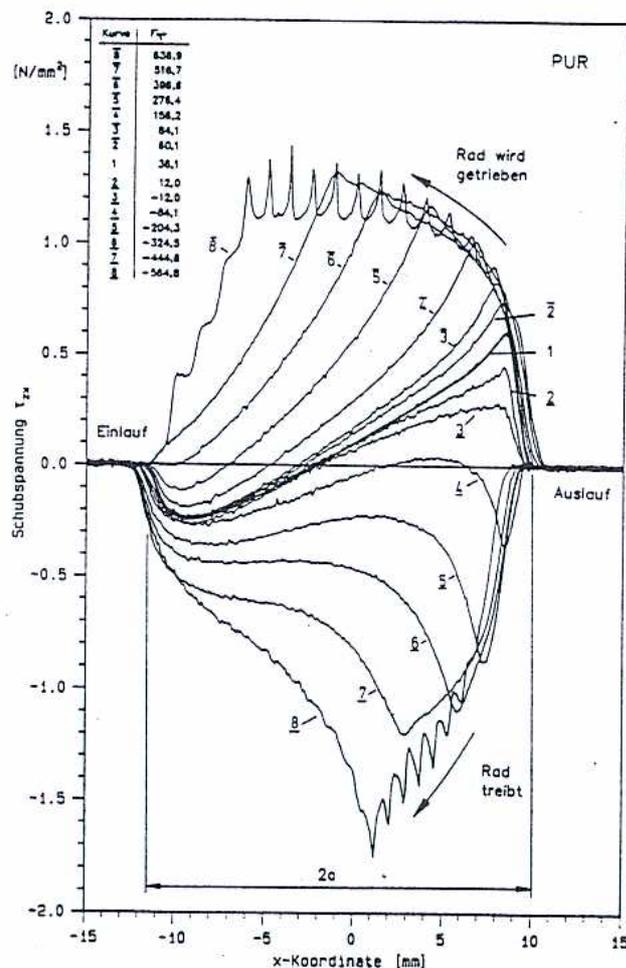
Die gleichen Räder liefern unter fünffach größerer Belastung die in Diagramm 9b gezeigten Kontaktflächenformen. Bei kleinen Radbreiten (z.B. 15 mm) sind die Außenbegrenzungen konkav gebogen. Die maximale Kontaktflächenlänge und damit die maximale Druckspannung liegt an den Seitenbereichen.

Mit zunehmender Radbreite verändert sich die Krümmung der Seitenbegrenzungen bis hin zur tonnenförmig ausgebildeten Kontaktfläche bei dem breitesten Rad (50 mm). Hier sind die wirklichen Spannungen in der Radmitte größer als an den Seitenrändern und größer als nach Hertz berechnet, denn mit $h/a = 3,6$ und $B/a = 7,2$ sind die geforderten Grenzwerte unterschritten.

5 Das treibende Rad

Bereits beim rein rollenden Rad wirken in der Kontaktzone Schubspannungen auch in Rollrichtung. Sie haben in Radbreitenmitte und an den Rädern eine entgegengesetzte Richtung und treten deswegen nach außen nicht in Erscheinung. Muß das Rad ein

Drehmoment, also eine Tangentialkraft F_T in der Kontaktfläche übertragen, so entwickeln sich die Schubspannungen über der Kontaktflächenlänge $2a$ mit zunehmender Tangentialkraft in der in **Bild 10** dargestellten Form. Die Schubspannungen verteilen sich also keineswegs gleichmäßig über die Kontaktflächenlänge. Bei extrem großen Tangentialkräften kommt es zu stick/slip-Erscheinungen in den am höchsten belasteten Elementen der Kontaktfläche, die im Einlaufbereich liegen.



In der Praxis berechnet man die in der Kontaktfläche übertragbare Tangentialkraft F_T über den sog. Längskraftschluß f_t , der das Verhältnis der globalen Tangentialkraft zur globalen Normalkraft darstellt:

$$f_t = F_T / F_N \quad \text{bzw.} \quad F_T = f_t \cdot F_N.$$

Bild 10 Verteilung der Schubspannung τ_{zx} über der Kontaktflächenlänge $2a$ bei unterschiedlich großer Tangentialkraft F_T . PUR - Bandage (Vulkollan 30), $D = 200$ mm, $B = 30$ mm, $h = 45$ mm, $F_N = 1600$ N (gemessen von Möhler)

Eine Tangentialkraftübertragung ist nur bei gleichzeitiger Wirkung von Schlupf in der Kontaktzone möglich, wobei der Längsschlupf s_t und der Längskraftschlußbeiwert f_t über die sog. Kraftschlußschlupffunktion miteinander verbunden sind (**Bild 11**). Der Längskraftschlußbeiwert steigt mit dem Schlupf zunächst nahezu linear an, verläuft dann zunehmend flacher und nähert sich im Bereich großer Schlüpfe der Reibungszahl μ , die die Grenze setzt für die maximal übertragbare Tangentialkraft.

$$F_{Tmax} = \mu \cdot F_N$$

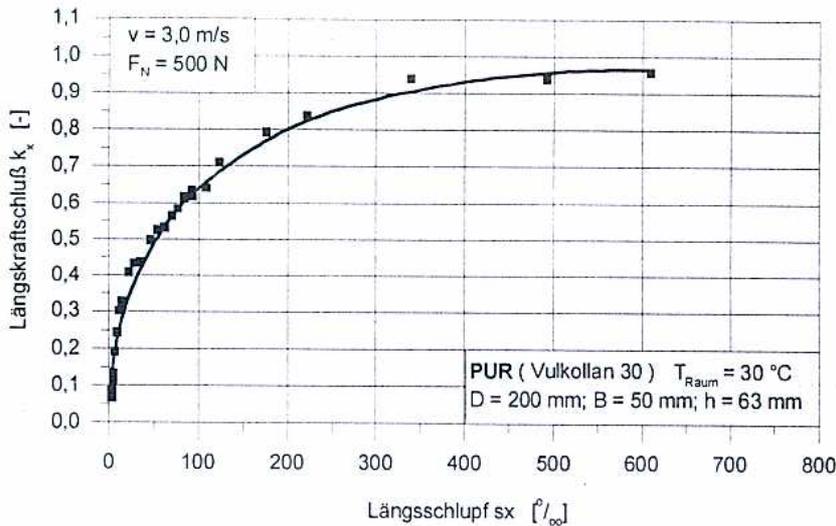


Bild 11 Längskraftschlußbeiwert f_z als Funktion des Längsschlupfes s_t

Wenn das Rad unter einem bestimmten Winkel α schräg zur Fahrtrichtung läuft, wirkt in der Kontaktfläche eine Schubkraft F_Q in Querrichtung. Diese Seitenkraft erzeugt wiederum einen Querschluß s_q . Es ist:

$$s_q = \tan \alpha$$

Die Seitenkraft und die Normalkraft sind über den Querkraftschlußbeiwert f_q miteinander verbunden.

$$f_q = F_Q/F_N \quad \text{bzw.} \quad F_Q = f_q \cdot F_N$$

Der Querkraftschlußbeiwert f_q vergrößert sich mit steigendem Querschluß und mit wachsender Normalkraft (**Bild 12**) und verändert sich bei einer PUR/Stahlpaarung relativ stark während des Einlaufprozesses.

Die Treibfähigkeit des Rades nimmt bei gleichzeitiger Wirkung einer Querkraft ab. Überschlägig läßt sich dann der Grenzwert für den Kraftschluß in Fahrtrichtung berechnen zu:

$$f_{t(max)} = \sqrt{\mu^2 - f_q^2}$$

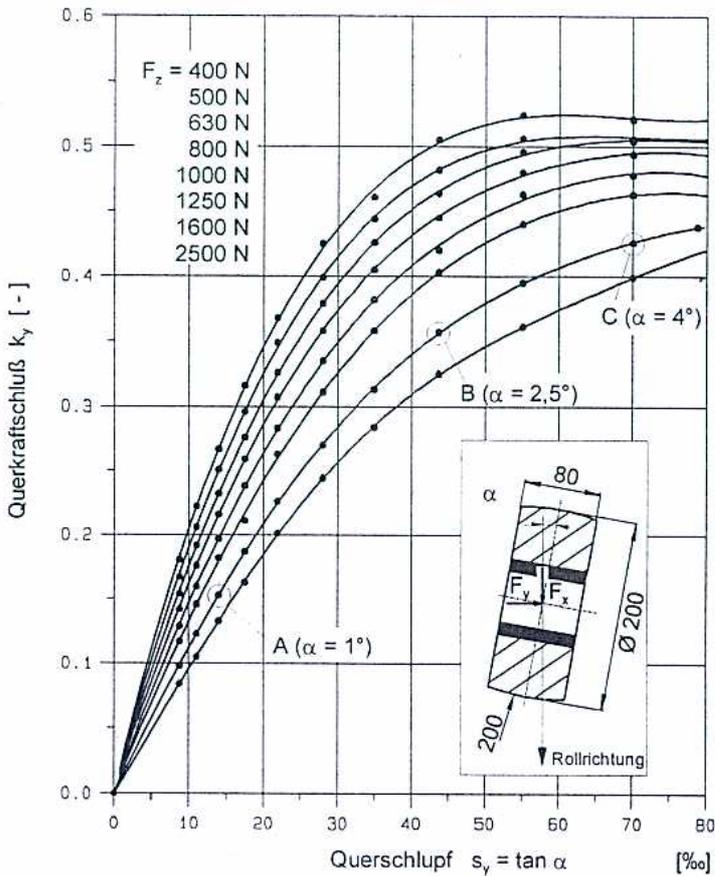


Bild 12 Querkraftschlußbeiwert f_q als Funktion des Querschlupfs S_q bei unterschiedlich großen Normalkräften. PUR (Vulkollan 30)

6 Die Beanspruchungen in der Teilfuge

In der Teilfuge werden die Stahlnabe und die Polyurethanbandage durch Vulkanisierung miteinander verbunden. Wegen der stark unterschiedlichen Steifigkeiten beider Werkstoffe kommt es dort zu Unstetigkeiten im Dehnungsverlauf und deswegen zu Spannungserhöhungen, die bei kleinen Bandagendicken besonders groß werden können. **Bild 13** macht dies deutlich. Dort ist die Spannung in der Teilfuge ins Verhältnis gesetzt zu der gemittelten Spannung σ_d in der Teilfuge und über einen begrenzten Winkelbereich aufgetragen. Dabei ist $\sigma_D = F_N / (B \cdot D_N)$ mit dem Nabendurchmesser B_N und der Radbreite B .

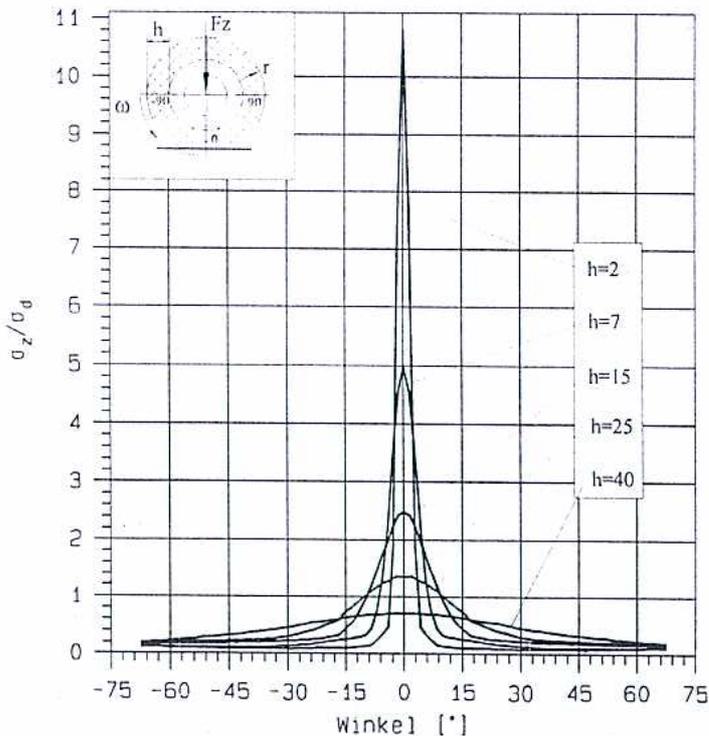


Bild 13 Verteilung der Radialspannung δ_r in der Teilfuge in Radbreitenmitte ($y = 0$) bei unterschiedlicher Bandagendicke, ins Verhältnis gesetzt zur Stribeckschen Pressung σ_d . ($\sigma_d = F_N / B \cdot D_N$). PUR (Vulkollan 30), $D = 150$ mm, $B = 50$ mm, $F_N = 1000$ N

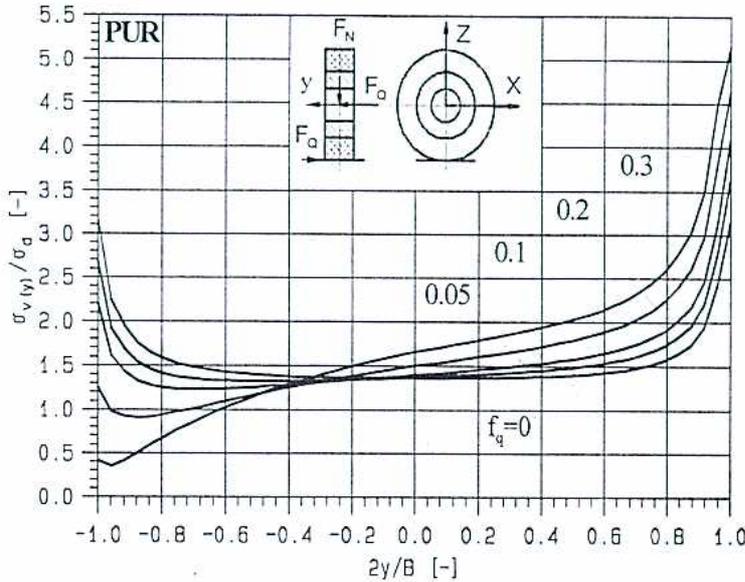
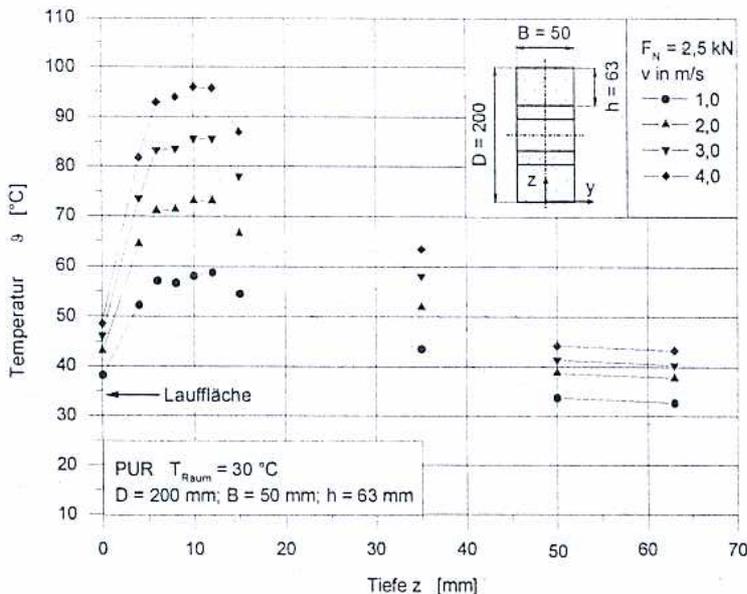


Bild 14 Verteilung der Vergleichsspannung über der Radbreite bei unterschiedlichen Querkräften F_Q . PUR (Vulkollan 30) $D = 200$ mm, $B = 30$ mm, $h = 25$ mm, $F_N = 2000$ N

Die Beanspruchung in der Teilfuge steigt weiter an, wenn die Räder zusätzlich eine Querkraft übertragen müssen. Dies macht **Bild 14** durch den über die normierte Radbreite aufgetragenen Spannungsverlauf deutlich. Die Ränder des Diagramms entsprechen den Seitenwänden des Rades. Hier wachsen die Spannungen mit dem Querkraftschlußbeiwert f_q , also mit der in der Kontaktfläche übertragenen Querkraft, und können mehr als dreimal so groß werden wie in der Radbreitenmitte.

7 Die Erwärmung der Räder infolge der Dämpfungsverluste

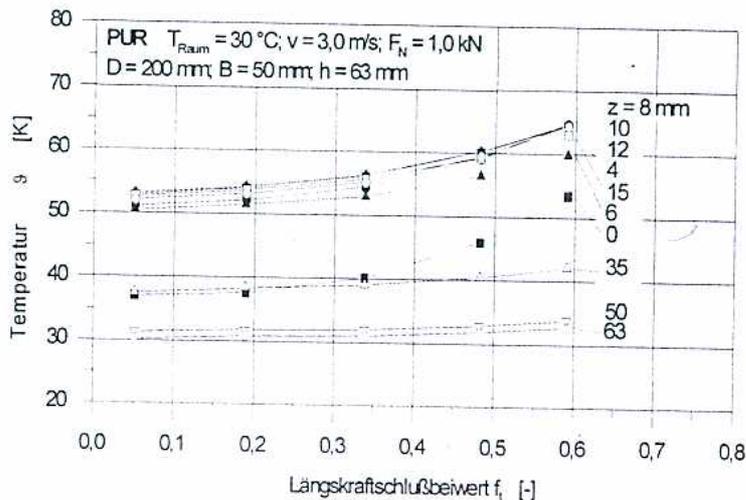
Infolge der Werkstoffdämpfung erwärmen sich weichelastische Räder im Inneren. Die Radtemperatur wird einerseits durch die Rollgeschwindigkeit und die Normalkraft bestimmt, andererseits durch die werkstoffspezifischen Größen, nämlich durch den „Verlustfaktor d“ und den „Elastizitätsmodul E“. Da diese beiden Größen wiederum stark von der Temperatur bestimmt werden, ist die Berechnung der Temperaturverteilung im Radkörper schwierig, denn die Spannungen und die Temperaturen sind miteinander gekoppelt, und die von den Herstellern gelieferten, in statischen Versuchen ermittelten, Werkstoffkennwerte sind nicht ausreichend genau.



Wie sich bei konstanter Normalkraft F_N die Temperatur im Radkörper, von der Lauffläche ausgehend, mit zunehmender Bandagentiefe z verändert, hat Tromp an einem PUR-Rad gemessen (**Bild 15**). Das Diagramm zeigt ferner den starken Einfluß der Rollgeschwindigkeit auf die Radkörpertemperatur. Die maximale Temperatur liegt stets unterhalb der Lauffläche hier bei $z \approx 10$ mm. Sie ist trotz der relativ kleinen Normalkraft in der obersten Geschwindigkeitsstufe mit ca. 100°C relativ groß.

Bild 15 Temperaturverteilung in der PUR-Bandage in Abhängigkeit von der Tiefe und der Rollgeschwindigkeit

Dies liegt an dem verhältnismäßig kleinen E-Modul ($E = 75 \text{ N/mm}^2$) und der damit zusammenhängenden großen Verformungsarbeit während eines Radumlaufs. Im Gegensatz zu den Polyamidrädern hat bei den PUR-Rädern die Umgebungstemperatur kaum einen Einfluß auf die darüber hinausgehende Erwärmung des Radkörpers, denn der Verlustfaktor und der E-Modul verändern sich in dem üblichen Temperaturbereich bei PUR-Werkstoffen relativ wenig mit der Temperatur.



Relativ klein ist die Temperaturerhöhung bei treibenden Rädern, solange der Längskraftschlußbeiwert $f_T = F_T/F_N$ den Wert 0,3 nicht überschreitet. Bei größeren Tangentialkräften steigt der Schlupf in der Kontaktfläche und damit auch die Temperatur stärker an, wie **Bild 16** zeigt.

Bild 16 Temperaturerhöhung im Radkörper bei Tangentialkraftübertragung

8 Schlußfolgerungen

Der Vortrag wollte auf die besonderen Eigenschaften von Polyurethan-Rädern aufmerksam machen. Ihre theoretische Behandlung durch analytische Berechnungen stößt schnell an Grenzen. Deswegen führen nur aufwendige Berechnungen mit Hilfe der FE-Methode weiter. Aber auch die so gewonnenen Ergebnisse müssen kritisch betrachtet werden, denn sie stützen sich auf bestimmte Werkstoffgesetze, die ihrerseits bereits fehlerbehaftet sein können, weil **ausreichend genaue Werkstoffkennwerte von den Werkstoffherstellern nicht zur Verfügung gestellt werden**. Besonders schwierig ist es daher, die **Temperaturverteilung im Radkörper unter einem bestimmten Belastungszustand zu berechnen**.

Den Belastungszustand des Rades bestimmen mehrere Einflußgrößen mit unterschiedlicher Gewichtung. Besonders beachtenswert ist der starke Einfluß der Bandagendicke auf die Beanspruchung in der Kontaktfläche und in der Teilfuge zwischen Nabe und Bandage. Je dünner die Bandage, um so größer sind dort bei reiner Normalbelastung die Spannungen.

Bei gleichzeitiger Wirkung einer Normal- und einer Tangentialkraft gibt es jeweils eine optimale Bandagendicke, die vom Verhältnis der beiden Belastungsgrößen bestimmt wird. Die Tangentialkraft vergrößert besonders stark die Teilfugenspannungen in den Seitenbereichen der Räder.

- 1 Möhler, P.: Lokale Kraft- und Bewegungsgrößen in der Berührungsfläche zwischen Kunststoffrad und Stahlfahrbahn. VDI-Verlag, Düsseldorf 1993.
- 2 Hammele, W.: Ermittlung der elastischen und viskoelastischen Kennwerte von Polymerwerkstoffen durch Rollkontaktversuche. VDI-Verlag, Düsseldorf 1997.