

*Fördertechnik, Kunststoffe im Maschinenbau, Festigkeitsberechnung***Tragfähigkeit von Kunststoffrädern unter Berücksichtigung der Eigenerwärmung**

Teil 1*

D. Severin und B. Kühnlen, Berlin

Inhalt. Der zweiteilige Beitrag befaßt sich mit dem mechanischen und dem thermischen Verhalten von rollenden Kunststoffrädern unter Normalkraftbelastung. Die Untersuchungsergebnisse und die Berechnungsmethoden geben Auskunft über die Erwärmung, die Rollreibungskraft und die zeitabhängige Verformung und Anfahrkraft nach langzeitigem Stillstand. Während Räder aus Polyamid-Werkstoffen schon nach Überschreiten einer relativ niedrigen Grenztemperatur plötzlich versagen, können sich Räder aus dem weichen Polyurethan bis zur Dauergebrauchstemperatur erwärmen. Die Autoren geben Tragfähigkeitskennwerte für Räder aus PA 66 und PA 6 G an.

Anwendungen aus der Sicht des Herausgebers. Obwohl Räder aus thermoplastischen Kunststoffen in großer Stückzahl – vor allem in der Fördertechnik – Anwendung finden, stehen dem Konstrukteur bisher keine Kennwerte zur Verfügung, um ein Rad unter einer bestimmten Last und einer bestimmten Geschwindigkeit betriebssicher zu dimensionieren. Der Autor liefert aus umfangreichen experimentellen und theoretischen Untersuchungen die wesentlichen Auslegungsmethoden und -daten, d. h. einen Beitrag, der in der Praxis auf großes Interesse stoßen wird.

1 Einleitung

In vielen technischen Bereichen ersetzen Räder und Laufrollen aus thermoplastischen Kunststoffen zunehmend die bisher üblichen Räder aus Grauguß, Stahl und Leichtmetalllegierungen. Vor allem in der Fördertechnik bestehen aufgrund der hier vorherrschenden leichten bis mittleren Belastungen vielfältige Anwendungsmöglichkeiten für Kunststoffräder [1–3].

Als Werkstoffe für Räder und Laufrollen haben, neben den vernetzten elastomeren Kunststoffen, besonders die teilkristallinen Thermoplaste die weiteste Verbreitung gefunden. Diese Werkstoffe haben für viele Anwendungsbereiche eine ausreichende Festigkeit, Zähigkeit und Abriebbeständigkeit. Bevorzugte Thermoplaste sind Polyamid (PA), Polyoxymethylen (POM), Polybutylen-terephthalat (PBTP), Hochdruckpolyäthylen (HD-PE) und lineares Polyurethan (TPU). Räder aus Polyamid und POM werden bevorzugt in Anwendungsbereichen mit relativ großen Belastungen (z. B. in leichten Kran- und Katzfahrwerken oder in Rollenstühlen für Mischtrommeln) eingebaut. Bei relativ kleinen Beanspruchungen – beispielsweise beim Einsatz als Kettenträgrollen in Power + Free-Anlagen – haben sich Räder aus

thermoplastischem Polyurethan (TPU) besser bewährt. Sie zeichnen sich durch geräuscharmen Lauf aus und greifen die Fahrbahn nicht an [4]. Weiche Elastomere wie das vernetzte Polyurethan (PUR) werden vorzugsweise für schnellaufende oder – wegen der großen Reibungszahl – für angetriebene Räder verwendet (z. B. in Elektrohängebahnen [5]).

Die günstigen Eigenschaften der Kunststoffe lassen sich von den Konstrukteuren noch nicht in vollem Umfang nutzen, da das komplexe Materialverhalten der Kunststoffe die Dimensionierung von Rädern und Laufrollen erschwert bzw. bestehende Bemessungsregeln unzureichend sind. Die Werkstoffeigenschaften der Kunststoffe unterliegen dem Einfluß der Temperatur, der Beanspruchungszeit und -frequenz, den Umgebungsbedingungen (z. B. Feuchtigkeit) sowie der Gefügestruktur, die spezifisch für das jeweilige Fertigungsverfahren (Spritzen, Extrudieren) ist.

Gegenüber den metallischen Werkstoffen sind bei der Dimensionierung von Kunststoffrädern deshalb zusätzlich folgende Eigenschaften mit zu bedenken [6, 7]:

- Formänderung durch Fließen und daher größere Anfahrkräfte nach längerem Stillstand,
- Eigenerwärmung bei schnellaufenden Rädern,
- größere Rollreibungskraft.

2 Verfahren zur Dimensionierung von Rädern

Die heute üblichen Berechnungsmethoden begrenzen die zulässige Tragfähigkeit von Rädern aus Kunststoffen durch die Formänderung im Stillstand und die Eigenerwärmung beim Rollen unter Last mit Hilfe von empirisch festgelegten Kennwerten. Nur wenige Autoren berücksichtigen in ihren Betrachtungen die Zeitfestigkeit der Kunststoffe und empfehlen eine Dimensionierung nach der Wechselfestigkeit des Werkstoffs. Die Rollreibung wird nur in zwei Arbeiten berücksichtigt.

Erhard und Strickle [6] berechnen die Tragfähigkeit zylindrischer Räder aus Gußpolyamid (PA-Guß) und Polyoxymethylen (POM) aus der Grenzpressung bei statischer und dynamischer Belastung in Abhängigkeit der Umgebungstemperatur. Die derart bestimmte zulässige Belastung für das stehende Rad ist unabhängig von der Zeit. Bei geringen Rollgeschwindigkeiten entspricht die dynamische Tragfähigkeit der statischen. Erst ab Rollgeschwindigkeiten oberhalb von 2 m/s für PA-Räder und 1,6 m/s für POM-Räder nimmt die zulässige Belastung mit steigender Geschwindigkeit ab.

* Teil 2 folgt in Konstruktion 43 (1991) H. 4

Beck und Brünings [8] berücksichtigen bei der Dimensionierung der Räder aus dem Werkstoff POM die im Stillstand an der Lauffläche entstehende Abplattung sowie deren Rückstellzeit nach dem Wiederanlauf des Rades. Die Aussage ihres Verfahrens ist nicht eindeutig, da sich im Bereich kleiner Radlasten eine mit der Zeit abnehmende zulässige Belastung, im Bereich großer Radlasten dagegen eine mit der Zeit zunehmende zulässige Belastung des stehenden Rades errechnet. Bei der Berechnung der dynamischen Tragfähigkeit gehen die Autoren von dem Ansatz aus, daß die Verlustleistung durch das Produkt aus dem verformten Volumen, dem Spannungsausschlag (Hertzsche Pressung) und der Frequenz f bestimmt wird. Entsprechend erhalten sie für das rollende Rad eine mit der Geschwindigkeit abnehmende zulässige Belastung.

Schmidt [9] begrenzt die statische Belastung von POM-Rädern durch eine auf den Raddurchmesser bezogene zulässige Gesamtabplattung von 0,3%, die er als „Grenze des viskoelastischen Werkstoffverhaltens“ bezeichnet und die ein aus dem Biegekriechmodul des Werkstoffs berechneter Verformungswert nicht überschreiten darf. Die zulässige Belastung des stehenden Rades folgt damit den gleichen Gesetzen wie die Abnahme des Biegekriechmoduls mit fortschreitender Zeit. Die zulässige Belastung beim Rollen leitet der Autor aus der Bilanz der eingebrachten Verlustleistung und der abgeführten Wärmemenge ab. Ausgehend von der Annahme, daß die Dehnung über die Bandagenhöhe konstant ist und 90% der Verlustleistung durch den Kontakt mit der Stahlschiene abgegeben werden, entwickelt er für den Werkstoff POM eine Beziehung für die zulässige Belastung in Abhängigkeit der Radgeometrie und der Geschwindigkeit. Die derart ermittelte Belastung nimmt bei steigender Rollgeschwindigkeit deutlich ab.

Unabhängig vom Werkstoff geben Fein und Kunz [10] als Kompromiß zwischen hoher Belastbarkeit und rascher Rückstellung die gleiche auf den Raddurchmesser D bezogene zulässige Verformung an wie Schmidt. Sie erhalten ebenfalls einen mit der Belastungsdauer fallenden Verlauf der zulässigen statischen Belastung, die aber aufgrund einer anderen Berechnungsmethode für die Verformung ein Vielfaches größer ist. Auch beim dynamischen Tragfähigkeitsnachweis lassen Fein und Kunz durch ihre Annahmen für die Abhängigkeit der zulässigen Pressung von der Kontaktgeometrie, Rollgeschwindigkeit und Umgebungstemperatur deutlich größere zulässige Belastungen zu als die anderen Autoren. Den Einfluß der Rollgeschwindigkeit auf die zulässige Belastung berücksichtigt dieses Verfahren erst oberhalb von etwa 2 m/s.

Kunze [11] geht bei der Bemessung der zulässigen statischen Belastung zylindrischer und balliger PA-6-Räder von der kritischen Dehnung ε_{∞} des Werkstoffs aus, die nach seinen Angaben für teilkristalline Werkstoffe etwa 1,5% beträgt. Für diesen kritischen Dehnungswert erhält der Autor aus einem speziellen isochronen Spannungs-Stauchungs-Diagramm für PA 6 eine von der Belastungszeit abhängige zulässige statische Belastung des Rades.

Mit dem Temperaturberechnungsverfahren von Lütkebohle [7] läßt sich die dynamische Tragfähigkeit zylindrischer Kunststoffräder indirekt durch die Vorgabe einer zulässigen Radkörpererwärmung bestimmen. Er beschreibt das Erwärmungsverhalten der Räder durch die Fouriersche Differentialgleichung (Dgl.) der Wärmeleitung für den stationären Fall. In einer Gegenüber-

stellung mit experimentellen Ergebnissen erhält er für die Radkörpererwärmung von vernetzten und thermoplastischen Polyurethan-Rädern eine gute Bestätigung seiner Rechnung, während die experimentell ermittelte Erwärmung von Rädern aus den harten Thermoplasten POM und PA 66 deutlich unter den Rechenergebnissen liegt. Sein Ansatz führt auf eine abnehmende zulässige Belastung des rollenden Rades bei steigender Geschwindigkeit. Darüber hinaus entwickelt er in seiner Arbeit ein Verfahren zur Berechnung der Rollreibungskräfte von Kunststoffrollern.

Die Berücksichtigung der Zeitfestigkeitseigenschaften der Kunststoffe fand erst in wenigen Arbeiten Eingang [4, 11, 12]. Zeitfestigkeitsuntersuchungen an Kunststoffrollern aus PA 6, POM und PUR/PA 6 (Compoundkonstruktion) zeigen [4, 11], daß die ertragbare Überrollungszahl der Räder bei steigender Belastung deutlich zurückgeht. Die Zeitfestigkeitseigenschaften der Räder werden in der halblogarithmischen Darstellung der Hertzschen Pressung über der Lastspielzahl [11] bzw. in der doppeltlogarithmischen Darstellung der Belastung über der Lastspielzahl [4] annähernd durch Geraden beschrieben. Weitergehende Untersuchungen zur Beziehung zwischen dem charakteristischen Zeitfestigkeitsverhalten der Räder und der Wechselfestigkeit der Kunststoffe fehlen jedoch, so daß die Ergebnisse letztlich nur das Verhalten der eingesetzten Probekörper beschreiben.

Ein rechnerisches Dimensionierungsverfahren hat Kos [12] für ballige PA-6- und PA-66-Kunststoffrollen entwickelt. Er führt die Zerstörung der Räder auf die Schubspannungen zurück. Die Schubfestigkeit des Kunststoffes ermittelt er aus den Smith-Diagrammen für Schwellfestigkeit bei einachsiger Beanspruchung nach der Hypothese der größten Dehnungen. Der Vergleich der Schubfestigkeit und der auftretenden Schubspannungen führt auf die zulässige Belastung der Räder. Eine experimentelle Überprüfung des Berechnungsverfahrens führt er nicht durch. Im Vergleich zu den anderen Verfahren ergibt die Berechnungsmethode bei gleicher Radgeometrie erheblich größere zulässige Belastungen, was nach eigenen experimentellen Untersuchungen und denen anderer Autoren [11] nicht zutrifft.

Vergleichende Rechnungen [13] zeigen, daß die nach den einzelnen Verfahren ermittelten zulässigen Radlasten sehr stark voneinander abweichen.

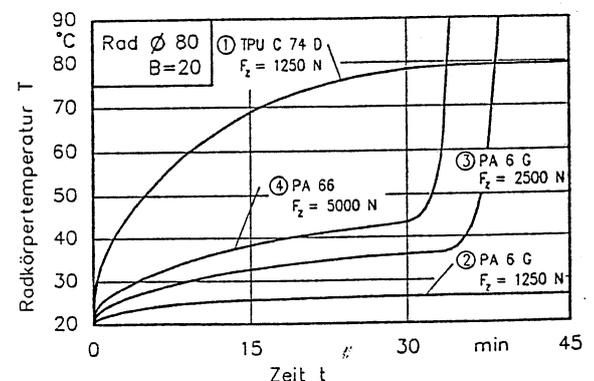


Bild 1. Gemessener zeitlicher Verlauf der Temperatur in den Bandagen rollender Räder unter Normalkraftbelastung (Rollgeschwindigkeit $v = 4$ m/s); 1 Polyurethan TPU C 74 D bei Grenzbeanspruchung, 2 Gußpolyamid PA 6 G unterhalb der Grenzbeanspruchung, 3 Gußpolyamid PA 6 G oberhalb der Grenzbeanspruchung, 4 extrudiertes Polyamid PA 66 oberhalb der Grenzbeanspruchung

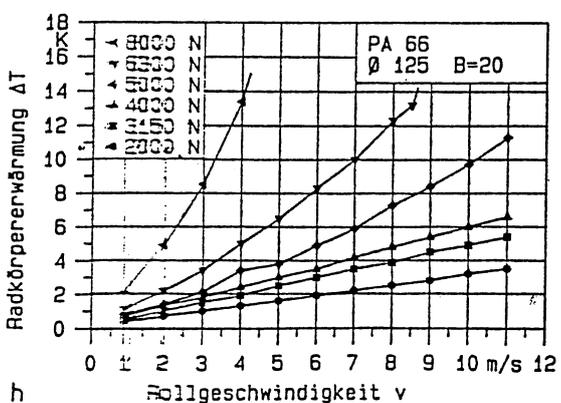
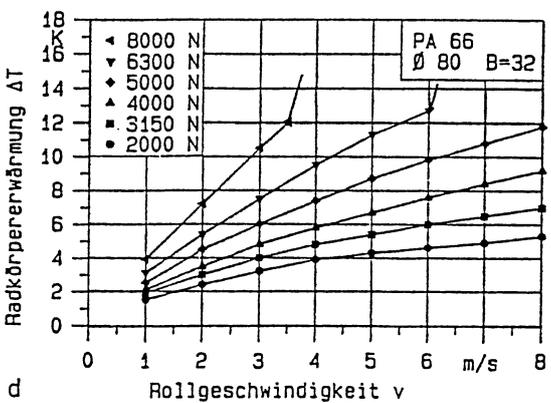
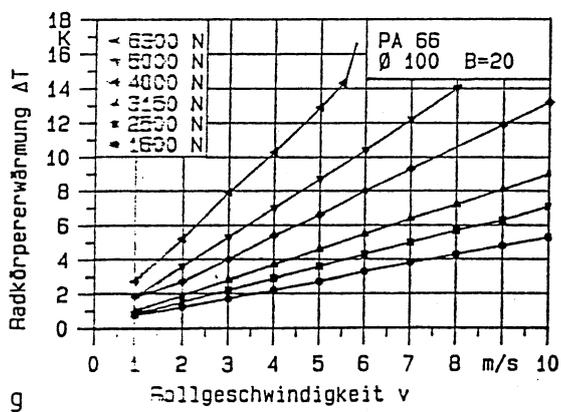
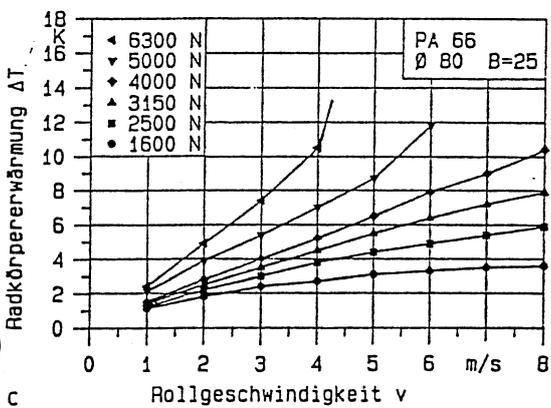
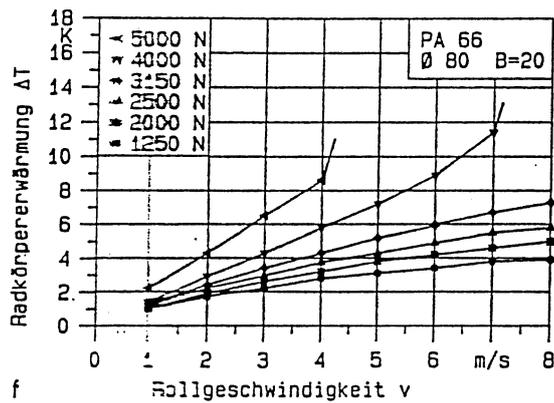
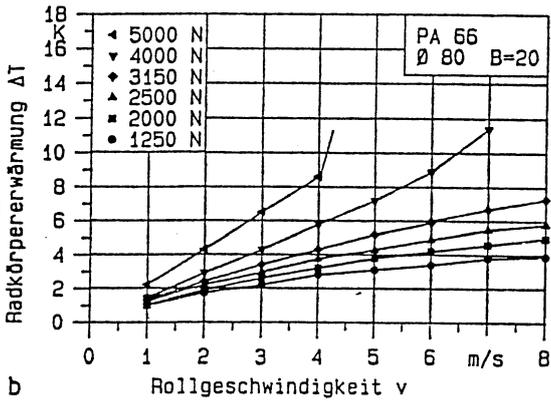
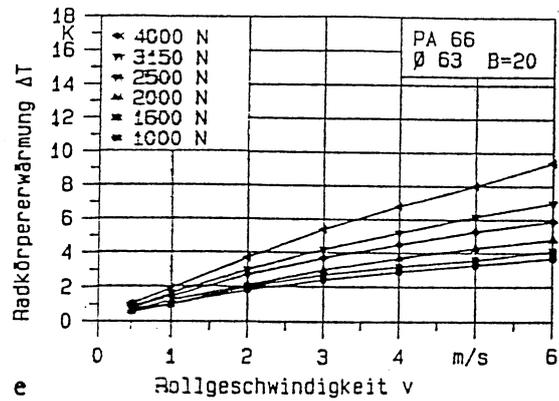
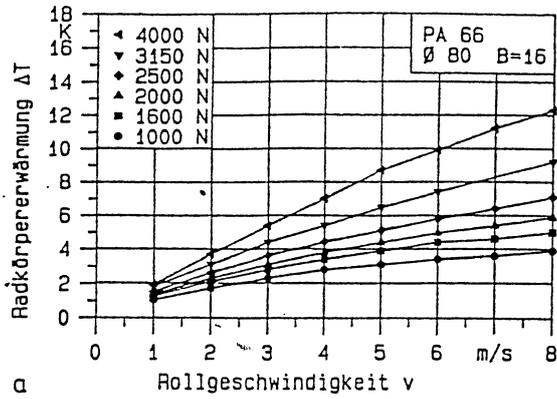


Bild 2a-h. Beharrungstemperaturen von Rädern unterschiedlicher Geometrie aus PA 66 in Abhängigkeit von der Rollgeschwindigkeit und der Belastung bei Raumtemperatur. a-d Raddurchmesser 80 mm, Breite a $B = 16$, b $B = 20$, c $B = 25$, d $B = 32$; e-h Radbreite 20 mm; Durchmesser e $\varnothing 63$, f $\varnothing 80$, g $\varnothing 100$, h $\varnothing 125$

3 Radkörpererwärmung und Rollreibungskraft

Experimentelle Untersuchungen am Institut für Förder-technik und Getriebetechnik der TU Berlin zeigen, daß die Dauergebrauchstemperatur nicht als Kriterium für die zulässige Erwärmung von rollenden Rädern aus Polyamid anzuwenden ist.

Während die Temperaturkurven bei Rädern aus den weichelastischen Polyurethanen (TPU) mit zunehmender Laufzeit asymptotisch gegen einen stationären Endwert streben, der im Bereich der Dauergebrauchstemperatur von etwa 80 °C liegen kann, ohne daß das Rad überlastet ist (Bild 1, Kurve 1), stellt sich bei Rädern aus POM und Polyamid (Bild 1, Kurven 3 u. 4) ein plötzlicher steiler Anstieg der Temperaturkurve ein, sobald die Temperatur an einer betrachteten Stelle im Radinneren einen bestimmten Wert erreicht hat. Dieser Grenzwert liegt weit unterhalb der Dauergebrauchstemperatur (etwa 100 °C): für das extrudierte Polyamid PA 66 bei rund 42 °C und für Gußpolyamid PA 6 G bei etwa 35 °C.

In Bild 1 sind die Temperaturkurven für Räder gleicher Abmessungen aus verschiedenen Werkstoffen in Abhängigkeit der Laufzeit dargestellt. Die Belastungen sind unterschiedlich gewählt, um den Verlauf der werkstofftypischen Temperaturkurven sichtbar zu machen. Nur unterhalb der Grenztemperaturen stellt sich bei den Rädern aus Polyamid ein stationärer Erwärmungszustand in der Bandage ein. Überschreitet die Temperatur im Radinneren diese Werte, so steigt sie im weiteren Rollbetrieb steil an und erreicht nach kurzer Zeit die Schmelztemperatur des Werkstoffs. Die relativ kleinen Werte der Grenztemperatur sind verantwortlich dafür, daß geringe Änderungen der Umgebungstemperatur einen starken Einfluß auf die Tragfähigkeit dieser Räder haben.

Um die maximal mögliche Last bei einer vorgegebenen Geschwindigkeit unterhalb der Grenztemperatur zu ermitteln, wurden in einem Prüfstand Räder verschiedener Abmessungen aus Polyamid bei unterschiedlichen Belastungen und Rollgeschwindigkeiten gefahren. Dabei wurde der Temperaturanstieg an drei verschiedenen Stellen (Abstand unter der Lauffläche 4, 8 und 12 mm) in der Radbandage gemessen. Bild 2 zeigt die erreichten Übertemperaturen (Radkörpererwärmungen) im Beharrungszustand gegenüber der Schienentemperatur für unterschiedlich breite und große Räder aus dem Werkstoff PA 66 in Abhängigkeit von der Rollgeschwindigkeit und jeweils sechs verschiedenen Belastungen. Die Belastungen sind dabei derart gestuft, daß trotz unterschiedlicher Radbreiten oder Durchmesser die Pressungen zugeordneter Kurven in den einzelnen Bildern 2a bis 2h gleich sind.

Die Knickpunkte der Kurven kennzeichnen jeweils den Zustand kurz vor dem Instabilwerden des Rades. Der steile Kurvenverlauf oberhalb des Knickpunkts soll andeuten, daß sich bei einer weiteren Steigerung der Beanspruchung keine Beharrungstemperatur mehr einstellt, sondern daß die Temperatur bis zum Aufschmelzen des Radwerkstoffs steigt. Die die Knickpunkte verbindende Kurve kann daher als Grenzkurve der zulässigen Beanspruchung definiert werden.

Die Meßergebnisse zeigen, daß die Erwärmung der Räder bei gleicher spezifischer Beanspruchung (Pressung und Überrollfrequenz) mit der Breite (Bilder 2a bis 2d) bzw. mit dem Durchmesser (Bilder 2e bis 2h) zunimmt. Die größere Erwärmung der breiteren Räder ist auf die im Vergleich zu schmalen Rädern kleinere Wärmeabfuhr durch die Stahlnabe und die seitlichen Stirnflächen der

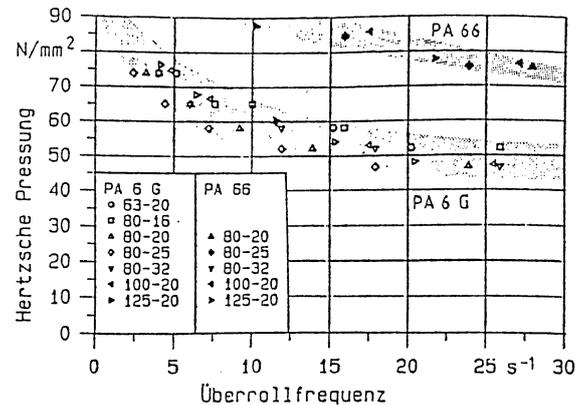


Bild 3. Aus den Grenzbelastungen berechnete Hertz'sche Pressungen der PA-66- und PA-6-G-Räder unterschiedlicher Geometrie in Abhängigkeit der Überrollfrequenz bei Raumtemperatur

Radkörper zurückzuführen. Der Anstieg der Erwärmung mit dem Durchmesser läßt sich aus dem Verhältnis der bei gleicher Beanspruchung eingebrachten Wärmemenge zur Radkörper-Lauffläche erklären. Während nämlich die Wärmemenge mit dem Durchmesser quadratisch steigt, nimmt die wärmeabführende Lauffläche nur linear zu.

Für die Dimensionierung der Räder ist es vorteilhaft, die Beziehung zwischen der zulässigen Pressung und der Überrollfrequenz zu kennen, wie sie in Bild 3 zu sehen ist. In diesem Diagramm sind die Grenzbeanspruchungen für Räder mit unterschiedlichen Durchmessern und Breiten aus den Werkstoffen PA 66 und PA 6 G in zwei Streufeldern zusammengefaßt und in Abhängigkeit von der Überrollfrequenz aufgetragen. Entsprechend den zuvor genannten Einflüssen der Radgeometrie auf die Erwärmung, liegen die Ergebnisse der kleinen oder schmalen Räder an der oberen Grenze des jeweiligen Streufeldes und die der großen oder breiten an der unteren Grenze.

Deutlich ist zu erkennen, daß die zulässige Pressung mit der Überrollfrequenz abnimmt, dies umso weniger, je größer die Laufgeschwindigkeit, also die Kühlung durch erzwungene Konvektion, ist. Ferner zeigt der Vergleich, daß die ertragbare Pressung der Räder aus PA 66 größer ist als die der Räder aus PA 6 G. Ursächlich dafür ist die größere Erwärmung der PA-6-G-Räder bei gleicher Beanspruchung infolge des kleineren E-Moduls und der größeren Dämpfung. Bei der Berechnung der Pressung wurde für die PA-66-Räder ein E-Modul von 2900 N/mm² und für die PA-6-G-Räder ein E-Modul von 2200 N/mm² angesetzt.

Aufgrund des anderen Erwärmungsverhaltens der Polyurethanräder wird als Grenzbeanspruchung die geschwindigkeitsabhängige Belastung bezeichnet, bei der sich in der Bandage eine Radkörpertemperatur nahe der Dauergebrauchstemperatur dieser Werkstoffe (80 °C) einstellt. Bild 4 zeigt die experimentell ermittelten Grenzbeanspruchungen in Abhängigkeit von der Überrollfrequenz für Räder aus den Werkstoffen TPU C 64 D (E-Modul 250 N/mm²) und TPU C 74 D (E-Modul 790 N/mm²). Ebenso wie bei den Polyamidwerkstoffen erwärmen sich auch bei den weichelastischen Werkstoffen die Räder mit kleinerem Durchmesser und kleinerer Breite weniger stark.

Die unterschiedlich große Erwärmung der weich- und hartelastischen Werkstoffe spiegelt sich auch in den

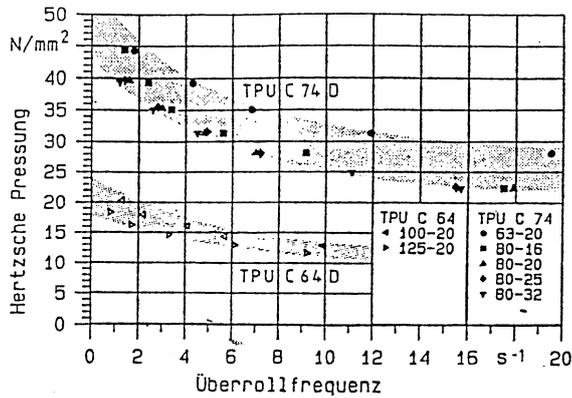


Bild 4. Aus den Grenzbelastungen berechnete Hertzische Pressungen der TPU-C-74-D- und TPU-C-64-D-Räder unterschiedlicher Geometrie in Abhängigkeit der Überrollfrequenz (Radkörpertemperatur 80 °C, Umgebungstemperatur 20 °C)

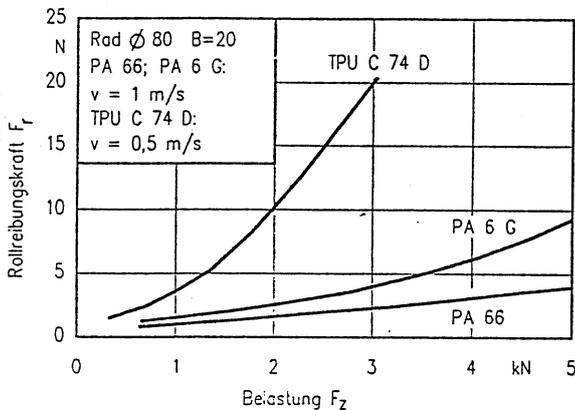


Bild 5. Gemessene Rollreibungskraft F_r von Rädern aus den Werkstoffen PA 66, PA 6 G und TPU C 74 D in Abhängigkeit der Belastung F_z bei Raumtemperatur

Rollreibungskräften der Räder wider, die in Bild 5 in Abhängigkeit von der Belastung bei Raumtemperatur für drei Räder gleichen Durchmessers und gleicher Breite aus den Werkstoffen PA 66, PA 6 G und TPU C 74 D aufgetragen sind. Die Rollreibungskräfte der Räder aus Polyurethan (TPU) sind um ein Vielfaches größer als die der Räder aus PA 66.

4 Berechnung der Rollreibung

Die im folgenden vorgestellten Berechnungsverfahren gehen von der Annahme aus, daß sich im belasteten Radkörper ein ebener Verformungszustand einstellt und das viskoelastische Verhalten der Kunststoffe durch ein einfaches Werkstoffmodell nach Maxwell zu beschreiben ist. Eine ausführliche Erläuterung der getroffenen Annahmen sowie die Ableitung der Gleichungen zur Dimensionierung ist [13] zu entnehmen.

Zur Aufrechterhaltung einer stetigen Rollbewegung muß dem Rad Energie zugeführt werden, die infolge der Werkstoffdämpfung in Wärme umgesetzt wird. Im stationären Erwärmungszustand steht die eingebrachte mechanische Leistung, die dem Produkt aus der Rollreibungskraft und der Rollgeschwindigkeit entspricht, im Gleichgewicht mit den an der Lauffläche, an den beiden Seitenflächen und über den Innenrand zur Nabe abfließenden Wärmeströmen (Bild 6). Die volumenspezifische

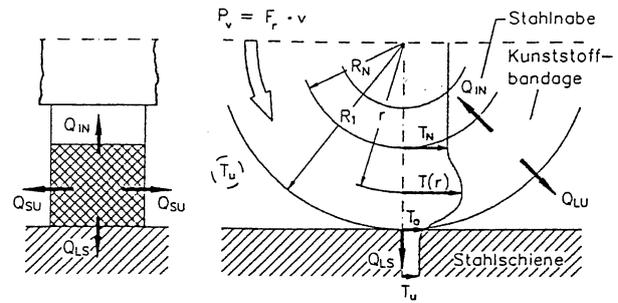


Bild 6. Radiale Temperaturverteilung in der Radbandage infolge der Verlustleistung P_v und die abfließenden Wärmeströme Q_{LU} zwischen Radlauffläche und atmosphärischer Umgebung, Q_{LS} zwischen Radlauffläche und Schiene, Q_{SU} zwischen den Radseitenflächen und atmosphärischer Umgebung, Q_{IN} zwischen Rad (Innenrand) und Nabe

Verlustleistung im Radkörper ist somit ein Maß für die Rollreibungskraft wie auch für die Radkörpertemperatur. Die Größe der Radkörpertemperatur wird zudem noch durch die örtliche Verteilung der Verlustleistung, die Wärmeleitfähigkeit des Kunststoffs und die Wärmeübergangsbedingungen an den Radkörperoberflächen beeinflusst. Im folgenden wird ein Verfahren zur rechnerischen Bestimmung der Rollreibungskraft vorgestellt.

Aus der Radkörperbeanspruchung und dem Gleichgewicht zwischen der mechanischen und der in Wärme umgewandelten Leistung ergibt sich

$$F_r = \frac{2F_z^2 d^*}{\pi a E_1 B} \left[F(h/a) - \frac{a}{R_1} G(h/a) \right]. \quad (1)$$

F_z ist die Normalkraft, d^* der resultierende Dämpfungsfaktor (Bild 7), E_1 der Elastizitätsmodul des Radwerkstoffs, B und R_1 die Breite und der Laufradius des Rades. a ist die halbe Kontaktlänge, die sich aus der bekannten Hertzischen Gleichung berechnet.

$$a = \sqrt{\frac{8RF_z}{\pi B} \left[\frac{1 - \nu^2}{E} \right]} \quad (2)$$

mit $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ und

$$\left[\frac{1 - \nu^2}{E} \right] = \frac{1}{2} \left[\left[\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \right] + \left[\frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right] \right]. \quad (3)$$

Index 1 ist dem Kunststoffrad, Index 2 dem Stahlgegenrad zugeordnet. Für die Paarung Kunststoffrad/ebene

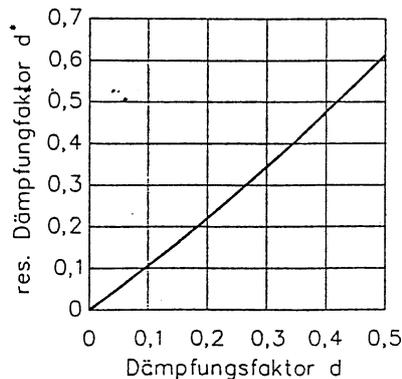


Bild 7. Beziehung zwischen dem resultierenden Dämpfungsfaktor d^* und der Werkstoffdämpfung d

Stahlschiene ($E_1 \ll E_2; R_2 = \infty$) und die Querkontraktionszahl $\nu = 0,35$ für Kunststoff wird aus Gl. (2)

$$a = \sqrt{\frac{1,117R_1F_z}{BE_1}} \quad (4)$$

Im Unterschied zum Werkstoffdämpfungsfaktor d berücksichtigt der resultierende Dämpfungsfaktor d^* (Bild 7) die Verkürzung der Kontaktlänge des Rades infolge der Hysterese des Materials.

Die temperaturabhängigen Größen Dämpfungsfaktor d und Elastizitätsmodul E sind den Werkstoffkatalogen der Hersteller zu entnehmen.

Die Funktionen $F(h/a)$ und $G(h/a)$ in Gl. (1) ergeben sich aus der Integration der volumenspezifischen Verlustleistung in radialer Richtung. Sie sind in Bild 8 in Abhängigkeit des Verhältnisses der Bandagenhöhe h zur halben Kontaktlänge a dargestellt.

Die für Räder aus PA 66 mit unterschiedlicher Breite und unterschiedlichem Durchmesser nach Gl. (1) berechneten und die gemessenen Rollreibungskräfte (Bild 9) zeigen eine gute Übereinstimmung. Die lastabhängige Rollreibungskraft folgt näherungsweise dem Gesetz $F_r \sim F_z^{1,5}$. Bei gleicher Hertzscher Pressung steigt die Rollreibungskraft mit zunehmendem Raddurchmesser und mit zunehmender Radbreite.

Eine ähnlich gute Übereinstimmung zwischen errechneten und gemessenen Rollreibungswerten ergibt sich bei dem harten Werkstoff PA 6 G und auch bei den weichen Polyurethanwerkstoffen.

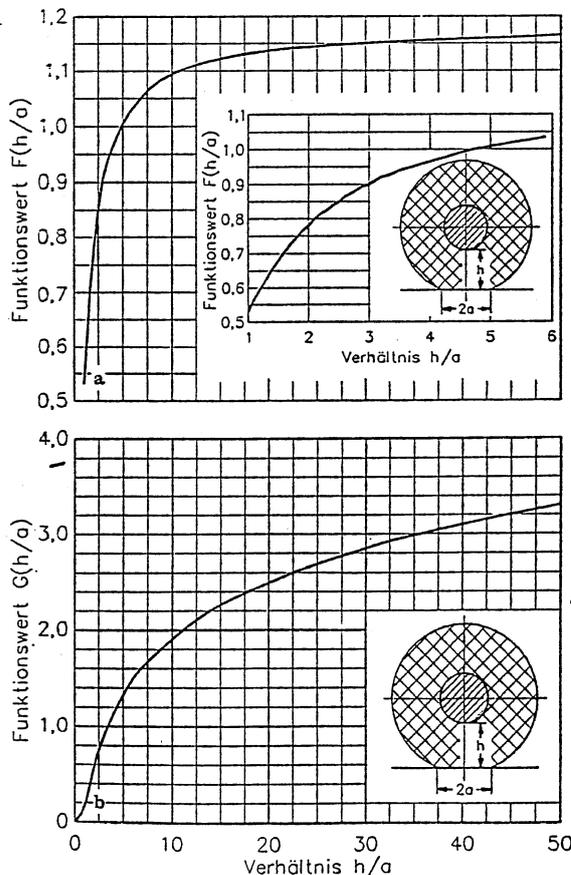


Bild 8a und b. Funktionswerte des Integrals der Verlustleistung in Abhängigkeit des Verhältnisses der Bandagenhöhe h zur halben Kontaktlänge a . a Werte der Funktion $F(h/a)$; b Werte der Funktion $G(h/a)$

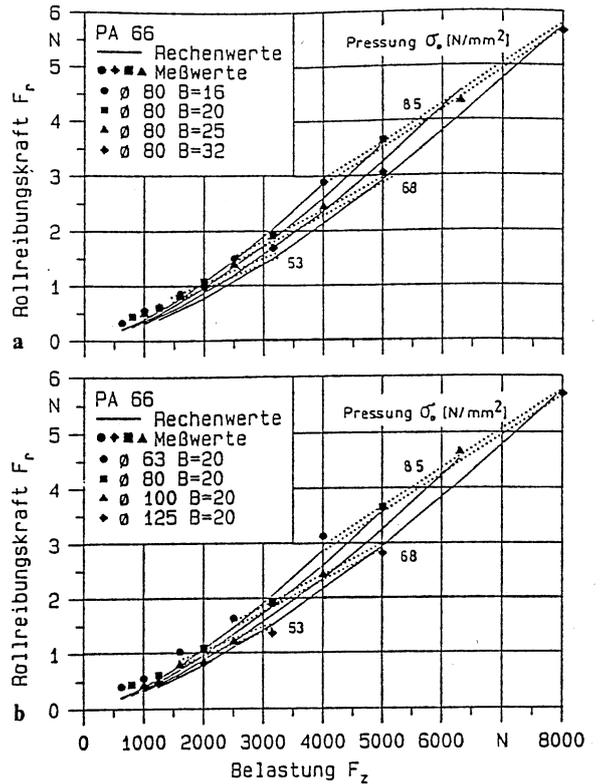


Bild 9a und b. Nach Gl. (1) berechnete Rollreibungskraftfunktionen und gemessene Rollreibungskräfte der Räder aus PA 66 bei einer Umgebungstemperatur von 25 °C. a Räder mit 80 mm Durchmesser und unterschiedlichen Breiten, b Räder mit 20 mm Breite und unterschiedlichen Durchmessern

Eine qualitative Untersuchung des Temperatureinflusses zeigt, daß die Änderung des E-Moduls einen relativ kleinen und die der Dämpfung einen relativ großen Einfluß auf das Rollwiderstandsverhalten hat. Der E-Modul nimmt bei allen Thermoplasten mit steigender Radkörpertemperatur ab. Der Dämpfungsfaktor kann mit der Temperatur steigen oder fallen, je nachdem, ob die Radkörpertemperatur unterhalb des Dämpfungsmaximums liegt oder darüber. Daher steigt die Rollreibungskraft mit der Radkörpertemperatur unterhalb des Dämpfungsmaximums stark, während oberhalb des Maximums die Dämpfung die Abnahme des E-Moduls nahezu kompensiert.

Im praktischen Betrieb addieren sich die Lagerverlustkräfte zu den Rollreibungskräften und bilden gemeinsam den Fahrwiderstand der wälzgelagerten Kunststoffäder.

5 Näherungsweise Berechnung der zulässigen Grenzbeanspruchung

Die Erwärmung des Radkörpers begrenzt die Tragfähigkeit. Da die analytische Ermittlung der Radkörpertemperatur in Abhängigkeit der Belastung und der Rollgeschwindigkeit infolge der Temperaturabhängigkeit der Werkstoffkennwerte nur durch iterative Rechenverfahren möglich ist, wird hier ein Näherungsverfahren vorgestellt, das sich aus den in [13] erarbeiteten Grundlagen ableitet und mit dessen Hilfe geprüft werden kann, ob das Rad bei einer gegebenen Belastung und Rollgeschwindigkeit thermisch überlastet ist oder nicht.

Dieser Ansatz geht von werkstoffspezifischen Temperaturdifferenzen zwischen Radkörper und Umgebung aus. Aufgrund der schlechten Wärmeleitfähigkeit der Kunststoffe einerseits und der guten Wärmeabfuhr in Stahlkörpern andererseits ist die Laufflächentemperatur im Vergleich zur Temperatur im Radinneren klein, so daß die Temperaturdifferenz ΔT zwischen Rad und Schiene an der Grenze der zulässigen Beanspruchung bei den Rädern aus Polyamid rechnerisch nur $\Delta T \approx 4^\circ\text{C}$ und bei den weichen Polyurethan-Rädern nur $\Delta T \approx 6^\circ\text{C}$ beträgt. Für die Temperaturdifferenz zwischen den Seitenflächen des Radkörpers und der umgebenden Luft wird ein jeweils um den Faktor 1,5 größerer Temperaturwert angenommen. Aus diesen Vorgaben ergibt sich für den Beharrungszustand der Erwärmung in Abhängigkeit der Radgeometrie, Belastung und Rollgeschwindigkeit

$$F_{r,v} \leq \Delta T \alpha_L A_L b + 1,5 \cdot \Delta T \cdot \alpha_s \cdot 2 \cdot A_s \quad (5)$$

α_L ist die mittlere Wärmeübergangszahl an der Lauffläche [9] beim Kontakt zwischen Rad und Fahrbahn.

$$\alpha_L = \sqrt{\frac{2av}{\pi}} \cdot \frac{b}{\pi R} \quad (6)$$

$$\text{Radlauffläche } A_L = 2\pi R_1 B \quad (7)$$

α_s ist die Wärmeübergangszahl an der Seitenfläche [13], die vereinfachend als konstant angenommen wird und auf den mittleren Radius $r = R_1/2$ bezogen ist.

$$\alpha_s(r) \approx 2,892 \cdot \sqrt{\frac{v}{R_1^2}} \quad (8)$$

$$\text{Seitenfläche des Radkörpers } A_s = \pi R_1^2 \quad (9)$$

Die sogenannte Wärmeeindringzahl b (Tabelle 1) errechnet sich vereinfacht aus der Wärmeleitzahl λ , der spezifischen Wärmekapazität c und der Dichte ρ des Kunststoffrades.

$$b \approx \sqrt{\lambda c \rho} \quad (10)$$

Tabelle 1. Wärmeeindringzahlen b verschiedener Kunststoffe nach [6, 14] und Herstellerangaben

Kunststoff	Wärmeeindringzahl b
	$\frac{\text{N}}{\text{mm} \cdot \text{K} \cdot \sqrt{\text{s}}}$
PA 66	0,793
PA 6 G	0,770
TPU C 74 D	0,630
TPU C 64 D	0,630
POM	0,810

Nach dem Einsetzen der Gln. (6) bis (9) und der Division durch die Geschwindigkeit v geht Gl. (5) in die Form

$$F_r \leq \Delta T \left[\sqrt{\frac{8a}{\pi v}} B b + 0,02725 \sqrt{\frac{R_1^3}{v}} \right] \quad (11)$$

über. In Gl. (11) ist für Polyamide $\Delta T = 4^\circ\text{C}$ und für Polyurethane $\Delta T = 6^\circ\text{C}$ zu setzen.

In den Bildern 10 und 11 sind die nach Gl. (11) berechneten, maximal zulässigen Grenzbeanspruchungen den experimentell ermittelten Werten gegenübergestellt. Die analytisch bestimmten Kurven liegen jeweils etwas unterhalb den gemessenen und damit auf der sicheren Seite. Der bereits erwähnte Einfluß der Radgeometrie auf die Erwärmung führt dazu, daß auch die rechnerischen Grenzkurven verschieden groß und breiter Räder eines Werkstoffs in einem Streufeld liegen, d. h., bei gleicher Überrollfrequenz ertragen die kleineren bzw. schmaleren Räder größere Hertzsche Pressungen als die größeren bzw. breiteren Räder.

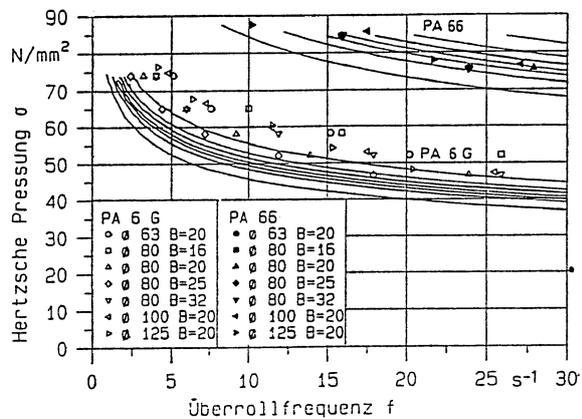


Bild 10. Experimentell ermittelte (Symbole) und nach Gl. (11) berechnete Grenzpressungen (Kurven) für Räder unterschiedlicher Geometrie aus PA 66 und PA 6 G in Abhängigkeit der Überrollfrequenz bei einer Umgebungstemperatur von 20°C

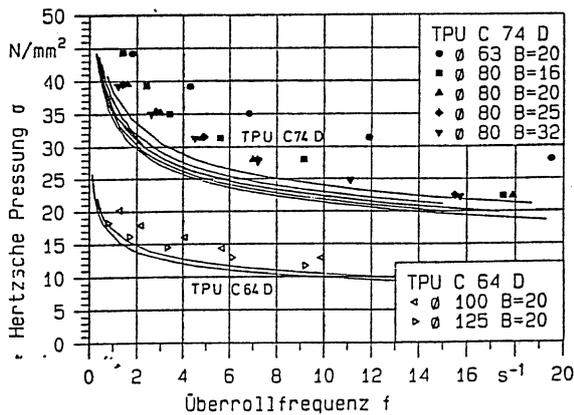


Bild 11. Experimentell ermittelte (Symbole) und nach Gl. (11) berechnete Grenzpressungen (Kurven) für Räder verschiedener Geometrie aus TPU C 74 D und TPU C 64 D in Abhängigkeit der Überrollfrequenz bei einer Umgebungstemperatur von 20°C